correction interrogation :

1) $$A = \begin{pmatrix} \overset{+}{1} & \overset{-}{0} & \overset{+}{-1} \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & \alpha \end{pmatrix}$$

determinant de la matrice A :

$$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & \alpha \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1 & \alpha \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ -1 & \alpha \end{vmatrix}$$ 2

$$= \alpha + 2$$

2) Les valeurs α pour la matrice A soit inversible, 1

A est inversible si $\det A \neq 0$

$\alpha + 2 \neq 0$ 1

$\alpha \neq -2$

$\alpha \in \mathbb{R} - \{-2\}$ alors A^{-1} existe.

3) on calcule la matrice inverse de A, si $\alpha = -3$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -3 \end{pmatrix}$$ 1

$\alpha = -3$, $\det A = -1$

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \, {}^{t}\mathrm{com}\, A$$ 1

$$\text{com}\,A = \begin{pmatrix} +\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -3 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -3 \end{vmatrix} & +\begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} \\ -\begin{vmatrix} 0 & -1 \\ -1 & -3 \end{vmatrix} & +\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 0 & -3 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} \\ +\begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} & -\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} & +\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 6 & -2 \\ 1 & -3 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

1

$$c_{11} = (-1)^{1+1} \det A_1^1 = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -3 \end{vmatrix} = -3$$

$$c_{12} = (-1)^{1+2} \det A_1^2 = -\begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -3 \end{vmatrix} = 6$$

$$c_{13} = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} = -2 \quad , \quad c_{21} = -\begin{vmatrix} 0 & -1 \\ -1 & -3 \end{vmatrix} = 1$$

1

$$c_{22} = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 0 & -3 \end{vmatrix} = -3 \quad , \quad c_{23} = -\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} = 1$$

$$c_{31} = \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = 1 \quad , \quad c_{32} = -\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 0 \end{vmatrix} = -2$$

$$c_{33} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 1$$

$$^{t}\text{com}\,A = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 1 \\ 6 & -3 & -2 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$ 1

1

$$A^{-1} = \frac{1}{-1} \begin{pmatrix} -3 & 1 & 1 \\ 6 & -3 & -2 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 \\ -6 & 3 & 2 \\ +2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

correction interrogation :

1) $$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & \alpha \end{pmatrix}$$

déterminant de la matrice A :

$$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & \alpha \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -1 & \alpha \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ -1 & \alpha \end{vmatrix}$$ 2

$$= \alpha + 2$$

2) Les valeurs α pour la matrice A soit inversible. 1

A est inversible si $\det A \neq 0$

$\alpha + 2 \neq 0$

$\alpha \neq -2$ 1

$\alpha \in \mathbb{R} - \{-2\}$ alors A^{-1} existe.

3) on calcule la matrice inverse de A, si $\alpha = -3$

$\alpha = -3$, $\det A = -1$ $\quad A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -3 \end{pmatrix}$ 1

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \, {}^{t}\mathrm{com}\, A$$ 1

2) $y'' - 2y' + y = 4e^{2x}$ ..... (*)

La solution est $y(x) = y_H(x) + y_p(x)$.

$r^2 - 2r + 1 = 0$ 1 $\Delta = 0$ $r = 1$ 0,5

$y_H(x) = e^{x}(c_1 + c_2 x)$ / $c_1, c_2 \in \mathbb{R}$. 1

$\alpha = 2$ n'est pas une racine d'équation caractéristique 0,5

$y_p(x) = K e^{2x}$ 0,5

$y'_p(x) = 2K e^{2x}$ on remplace dans (*)

$y''_p(x) = 4K e^{2x}$

(*) $e^{2x}(4K - 4K + K) = 4e^{2x}$

$K = 4$ 0,5

$y_p(x) = 4e^{4x}$ 0,5

$y(x) = e^{x}(c_1 + c_2 x) + 4e^{4x}$ / $c_1, c_2 \in \mathbb{R}$. 0,5